

ECONOMETRÍA

APLICADA UTILIZANDO R.

PAPIME PE302513 LIBRO ELECTRÓNICO Y COMPLEMENTOS DIDÁCTICOS EN MEDIOS COMPUTACIONALES, PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA ECONOMETRÍA

Capítulo 9.

Análisis de Integración y Modelos de Cointegración:

Aplicación en Software R.

Miguel Ángel Mendoza G.



Objetivo

En este capítulo se estudiarán las principales características de los datos al usar la econometría moderna. Tres temáticas principales: Integración, Cointegración y Estacionariedad.



Introducción

El análisis de integración y cointegración es parte de la metodología básica de la econometría moderna. La metodología establece que los datos que se observan de cualquier fenómeno económico, social o ambiental provienen de una variable aleatoria que se define por un Proceso Generador de Información (PGI) con un modelo estadístico, probabilístico y muestral.

La metodología econométrica moderna establece que cualquier indicador o variable puede usarse en el análisis, siempre y cuando cumpla con las tres condiciones para ser aleatoria. En el caso de que no se cumpla, se establece que la principal causa es debido a que no es constante y por el equilibrio no es convergente.

Por tanto, el análisis de integración consiste en analizar si los indicadores o variables de interés cumplen o no con ser aleatoria, con la ayuda de los conceptos de estacionario y las pruebas de raíz unitaria. En el caso de que no se cumpla con ser estacionaria, la metodología establece utilizar transformaciones por medio de la eliminación de tendencias deterministas o estocásticas.

Para aplicar las metodologías de análisis de integración y de cointegración, este capítulo se estructura de la siguiente manera: 1) El análisis de integración; 2) El análisis de cointegración de Engle-Granger y Johansen-Juselius; 3) Modelo de Corrección de Error; 4) Con el Modelo de Corrección de Error se analizan las implicaciones analíticas.



Análisis de Integración

El análisis de integración consiste en analizar si los indicadores o variables de interés cumplen o no con ser aleatorias, con la ayuda de los conceptos de estacionario y las pruebas de raíz unitaria. En el caso de que no se cumpla con ser estacionaria.

La metodología para entender si un indicador o variable cumple con ser aleatoria o estacionaria.

Las causas de no ser una variable estacionaria:

- i. Sigue una tendencia lineal, cuadrática.
- ii. Tendencia exponencial de tipo determinística o estocástica.

Si no se cumple la condición de estacionariedad el procedimiento siguiente será:

- i. Eliminar la tendencia por medio del método de regresión.
- ii. Eliminar la tendencia por medio del método de diferencias

Este último método es el más utilizado debido que la variable transformada se parece más a un proceso aleatorio en varianza y covarianza.

Al cumplimiento de estacionariedad del indicador o variable $y_{i,t}$ se identifica como orden de integración.

$$I(0) \rightarrow y_t \sim I(0)$$

Cuando no se cumple con tal condición se expresa como:

$$I(d), \quad d > 0$$

Cuando la variable tiene un orden de integración, se expresa como:

$$I(1), y_t \sim I(1)$$

Y significa que al indicador se le aplicó una transformación de tipo Δy_t o $\Delta \ln y_t$

Para Eliminar la Tendencia Lineal o Exponencial

Cuando la integración es de orden 2:

$$y_t \sim I(2)$$

Su transformación supone un atendencia cuadrática o cuadrática exponencial:

$$\Delta^2 y_t \text{ o } \Delta^2 \ln y_t$$

Se sigue esto hasta aplicar d diferencias para que la variable transformada cumpla con ser estacionaria.

$$\Delta^d y_t \sim I(0) \text{ o } \Delta^d \ln y_t \sim I(0)$$

Métodos para Identificar el Orden de Integración de una Variable

- Métodos que prueban la existencia de Raíz Unitaria (Unit Root).
- Pruebas que tienen variantes alrededor de la Prueba Dickey-Fuller (ADF).



Estacionariedad

- ❑ Para comprender el concepto de estacionariedad procederemos al análisis de las características que presentan series económicas generadas por un proceso estocástico no estacionario.
- ❑ Este concepto es de suma importancia en la teoría de la cointegración.
- ❑ La estacionariedad dice que las variables que no muestran tendencia a crecer a lo largo del tiempo se describen como estacionarias.
- ❑ Ejemplo: Se da con frecuencia la estacionariedad en los precios de las acciones, ya que tienen un comportamiento propio de los procesos de camino aleatorio debido a que no hay posibilidades de arbitraje y por consiguiente el precio actual es igual al precio anterior más un error impredecible

- Cuando el supuesto que nuestra variable y_t siga un proceso autorregresivo de primer orden AR(1), es decir que su valor actual depende de su valor anterior más un término de perturbación aleatoria.

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t$$

Donde:

$$u_t \sim RB(0, \sigma_u^2)$$

Donde u_t se supone sigue una distribución normal, con media cero y varianza constante, conocida como ruido blanco:

El coeficiente ϕ indica la trayectoria que sigue la variable y_t en el tiempo. Si resolvemos recursivamente la ecuación en diferencias tendremos el siguiente resultado:

$$y_t = \phi^t y_0 + \sum_{t=0}^{t-1} \phi^{t-1} u_{t-1}$$

Si $\phi < 0$: la variable oscilará de signo.

Si $\phi > 1$: la variable provocará un comportamiento explosivo sin límite.

Si $0 < \phi \leq 1$ Deseable que la variable oscile en este rango.

Si $\phi = 1$: la variable no es estacionaria o Camino aleatorio.

Lo deseable es que la variable se iguale a 1 por lo tanto su representación sería:

$$y_t = y_{t-1} + u_t$$

Condiciones de Estacionariedad

- La metodología econométrica moderna establece que se puede usar en el análisis cualquier variable o indicador siempre y cuando cumpla las siguientes condiciones para ser aleatoria:
 1. Media finita y constante con respecto al tiempo.
 2. Varianza finita y constante respecto al tiempo.
 3. Covarianza finita, constante con respecto al tiempo, pero que dependa del tiempo en al definición de proceso autorregresivo.

- Para el cumplimiento de estas tres condiciones
 1. El equilibrio debe existir.
 2. Su dinámica debe ser convergente.

Prueba de Raíces Unitarias

- El análisis de raíces unitarias se puede derivar, si se considera que nuestra variable sigue un el modelo AR(1):

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t$$

Se simplifica el modelo:

$$y_t - \phi y_{t-1} = u_t$$

$$y_t - \phi L y_t = u_t$$

$$(1 - \phi L) y_t = u_t$$

Donde $(1 - \phi L)$ es un polinomio de grado 1 asociado al proceso autorregresivo de orden 1, que implica una solución homogénea que se resuelve suponiendo que la solución para la variable es igual a $y_t = \lambda^t$, donde λ es la raíz característica :

$$\lambda^t - \phi L \lambda^t = 0$$

$$\lambda^t - \phi \lambda^{t-1} = 0$$

$$\lambda^{t-1}(\lambda - \phi) = 0$$

$$\therefore \lambda = \phi$$

El parámetro es la raíz característica.

Prueba de Raíces Unitarias

- Con la ecuación en diferencias que se resolvió recursivamente, se pueden analizar tres posibilidades.
- Que la raíz característica es menor que uno $\lambda < 1$ por tanto $\phi < 1$, lo cual implica que al aplicar $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi^t = 0$ y la esperanza del proceso, se encuentre que $E(y_t) = 1/(1 - \phi)$; cuando la raíz característica es unitaria o mayor que uno $\lambda = \phi \geq 1$, implica que al aplicar el $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi^t = \infty$ y por tanto la esperanza del proceso sea igual a infinito $E(y_t) = \infty$.

Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- Es una prueba donde se indaga la existencia de raíces unitarias.
- A diferencia de la DF, en la ADF el término de error sí está correlacionado.
- Para aplicar esta prueba



Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- ❑ Para aplicar dichas pruebas vamos a partir de nuestro modelo de camino aleatorio puro, pero le restamos el término autorregresivo de los dos lados:

$$y_t - y_{t-1} = \phi y_{t-1} - y_{t-1} + u_t$$
$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t$$

Donde:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$
$$\gamma(\phi - 1)$$

- ❑ Con una raíz unitaria $\phi=1$ y el parámetro $\gamma=0$ se puede aplicar MCO al modelo en primeras inferencias y sin constante.
- ❑ El coeficiente estimado del término autorregresivo se podría someter a la prueba usual de significancia estadística t para contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria contra la alternativa de estacionariedad:

$H_0: \gamma=0$ por consiguiente $\phi=1$

$H_A: \gamma<0$ por consiguiente $\phi<1$

Desventaja de usar la Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- ❑ Dickey y Fuller mostraron que las pruebas t usuales no son adecuadas, ya que el estadístico de prueba no sigue una distribución normal.
- ❑ Dickey y Fuller obtuvieron los valores críticos a través de simulaciones, denominados tau, τ , y encontraron que dependían del tamaño de muestra a utilizar.
- ❑ La prueba esbozada aquí nos permite afirmar que, de no existir evidencia en contra de la hipótesis nula, la serie no será estacionaria y seguirá una caminata aleatoria pura.



Prueba Tau de Dickey-Fuller

- ❑ Estas pruebas dan lugar a la posibilidad de probar si un modelo exhibe tendencias determinísticas.

a) $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t$: *Camino Aleatorio Puro.*

$H_0 =$ *Camino Aleatorio Puro*

$H_a =$ *Proceso AR(1) Estacionario y Media Nula*

b) $\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + u_t$: *Camino Aleatorio con Constante*

$H_0 =$ *Camino Aleatorio con Constante*

$H_a =$ *Proceso AR(1) Estacionario sin Tendencia*

c) $\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + u_t$: *Camino Aleatorio con Constante, Tendencia Estocástica y Determinística.*

$H_0 =$ *Camino Aleatorio*

$H_a =$ *Proceso AR(1) Estacionario con Tendencia Determinística.*

- ❑ Con estas pruebas los valores críticos son afectados por la inclusión de tendencias y constante.
- ❑ A partir del coeficiente γ se realizan las pruebas.

Prueba F

- ❑ Si se busca realizar una prueba para el conjunto de parámetros en cada modelo, se utiliza la prueba F.
- ❑ Esta prueba se construye a partir de los modelos con y sin restricciones
- ❑ A esta prueba se le conoce como:

ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 .

a) Prueba ϕ_1

$$H_0: \gamma=0$$

$$H_a: \gamma \neq 0$$

b) Prueba ϕ_2

$$H_0: \alpha = \gamma=0$$

$$H_a: \alpha \neq \gamma \neq 0$$

c) Prueba ϕ_3

$$H_0: \alpha = \beta = \gamma=0$$

$$H_a: \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 0$$

Para Evitar Falsear la Prueba es Conveniente:

1. Graficar los datos. Si la serie original presenta tendencia, se debe incluir tendencia e intercepto.
2. Si no parece tener tendencia y su media no es cero, sólo incluir intercepto.
3. Si parece fluctuar en torno a su valor medio cero, no incluir ni tendencia e intercepto